

Probabilità e Statistica
II Compito intermedio n.2
Giugno 2005

Cognome e Nome

Esercizio 1:

Consideriamo 10 estrazioni con reinserimento di una pallina da un'urna contenente 20 palline numerate da 1 a 20.

1. Qual'è la probabilità che siano estratte esattamente 3 palline con un numero maggiore o uguale a 15?

2. Qual è la probabilità che la pallina con il numero 3 sia estratta almeno 5 volte?

3. Qual è il numero medio di palline dispari estratte?

Esercizio 2:

Si consideri la tabella relativa alla funzione di distribuzione cumulata $F(x)$ della variabile aleatoria discreta X .

X	<-1	-1	0	1	2	>2
$F(x)$	0	0.2	0.4	0.8		1

1. Completare la tabella in modo che $F(x)$ possa essere la funzione di distribuzione cumulata di X .
2. Ricavare dal punto 1. la funzione di densità $f(x)$ di X .

X	<-1	-1	0	1	2	>2
$f(x)$						

3. Determinare la $E[X]$.

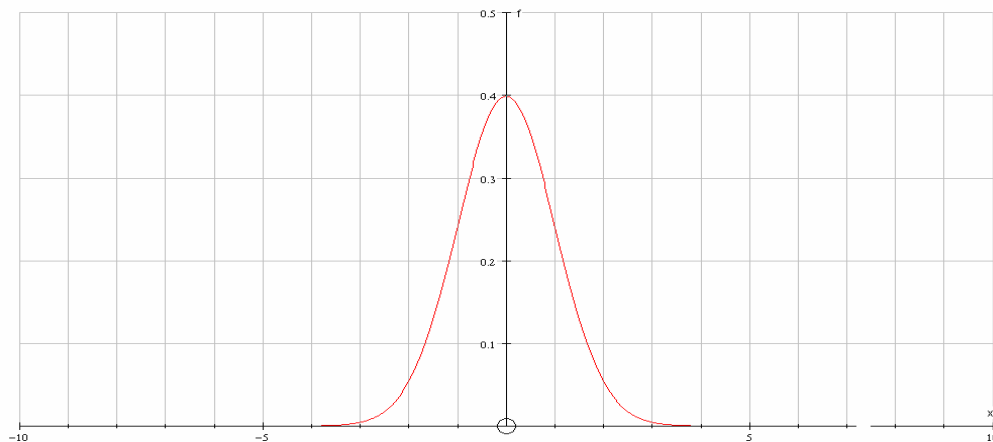
4. Calcolare $P(-2 < X < 1)$

5. Data $Y=-X+2$, calcolare la varianza di Y .

Esercizio 3:

Siano X e Y variabili aleatorie indipendenti : $X \sim N(-1,4)$ e $Y=3X-1$.

1. Disegnare sugli stessi assi il grafico della legge di X e di Y [il grafico presente rappresenta $Z \sim N(0,1)$]



2. Calcolare $P(X>0)$.

3. Determinare k , tale che $P(-2<Y<k)=0.25$

4. Che legge ha la variabile aleatoria $X-Y$?

Esercizi 4:

Si vogliono effettuare stime per la quantità X di sostanza attiva in una unità di un certo farmaco (espressa in mg). Si può supporre che X abbia una distribuzione normale. A tal fine si effettua un campionamento casuale di 100 unità del farmaco. Per questo campione si ottiene che $\sum_i x_i = 222,91$.

1. Determinare un intervallo di confidenza per la media a livello di significatività del 95%, nel caso in cui la varianza sia nota e pari a 9,1.

2. Come si dovrebbe scegliere la numerosità del campione per avere un intervallo di ampiezza tripla, a parità di varianza e livello di confidenza, rispetto a quello determinato nel punto precedente?

3. Come varierebbe il punto 1. se la varianza non fosse nota, ma si sapesse che $\sum_i x_i^2 = 1154.8$?

4. Se si effettuasse un nuovo campionamento con uguale numerosità e varianza nota, sarebbe possibile ottenere intervalli disgiunti? (motivare le risposte)

Esercizio 5:

Da una popolazione di legge normale di media incognita e deviazione standard $\sigma=2$, si estrae un campione di ampiezza 10 e $\bar{x}_{10}=18.5$

1. Si effettui un test a livello del 5% per $H_0: \mu=20$ contro $H_1: \mu=18(<20)$, precisando se si rifiuta o no l'ipotesi.

2. Varia il risultato del punto precedente se si scambiano H_0 con H_1 ?

3. Varia il risultato del punto 1 se si sceglie come livello del test 1%? E il 10%?

Esercizio 6:

Le stature di 50 studenti sono state misurate e i dati così raggruppati:

Stature (cm)	165-168	169-172	173-176	tot
Freq. Ass.	12	20	18	

Verificare se la statura si può ritenere distribuita con legge uniforme nell'intervallo (165,176) effettuando un test chi-quadrato a livello 5%.